（別紙）

取鍋からアルミニウム溶湯を出すために必要な圧送圧力の計算

イ号取鍋からアルミニウム溶湯を出すために必要な圧送圧力を計算する条件および方法について述べるとともに、計算結果に対して検討を行う。

1. 取鍋の各寸法

「図番：E-207-0E」（甲 14）

2. 計算条件

① 出湯口の高さまで、湯を押し上げるために必要な揚程＝h1

② 出湯管で発生する摩擦損失揚程＝h2

③ 必要圧送圧力＝H

④ 出湯管内を含めた取鍋内部に存在する湯重量が、1000，800，400，200，100，60，40，10kg の 8 ケースについて計算。

⑤ 出湯管内径が、φ100，φ85，φ65，φ50 の 4 ケースについて計算。

⑥ 出湯管内部流速は、「出湯時間」で与える。

つまり、980kg の湯を、与えられた「出湯時間」で全量排出するものとする。

したがって、アルミニウムの比重（@800℃）=2,500[kg/ m^3]を用いて、

出湯管内部流速[m/s]＝980[kg]÷出湯時間[s]÷出湯管断面積[m^2]

÷アルミニウムの比重（@800℃）[kg/m^3]

3. 計算方法

（1）出湯口の高さまで、湯を押し上げるために必要な圧力（＝h1）

① アルミニウムの比重（@800℃）=2,500[kg/ m^3]を用いて、上記湯重量[kg]を、湯体積[m^3]に変換。

② 湯体積[m^3]から、容器（取鍋）内湯高さ[m]を算出。

③ 出湯口の高さ[m]から、前記容器内湯高さ[m]を引いて、h1[m]を算出。

（計算式）

$h1=L1-(V1-(L2・d^2・\pi/4))/(D^2・\pi/4)$ …式（1）

h1：出湯口の高さまで、湯を押し上げるために必要な揚程[m]

L1：取鍋底面から出湯口までの高さ[m]

V1：湯体積[m^3]

L2：出湯管長さ[m]

d ：出湯管内径[m]

D ：取鍋本体平均内径[m]

（2）出湯管で発生する摩擦損失揚程（＝h2）

① 出湯管内部流速[m/s]、出湯管内径[m]、および湯の動粘度(@800℃)[m^2/s]から、レイノルズ数[無次元数]を算出。

$Re=d・v/\nu$ (甲 13-1　48 頁　式(4.8)) …式 (2)

Re：レイノルズ数[無次元数]
d ：出湯管内径[m]
v ：出湯管内部流速[m/s]
ν ：湯の動粘度[m^2/s]

② レイノルズ数[無次元数]が 10^5=100,000 を超えることから（本書面末尾（8 頁）のレイノルズ数計算参照)、ニクラッチェの式を用いて、乱流による管摩擦係数[無次元数]を算出（甲 13-2　26 頁　式 3・28)。

（ニクラッチェの式)

$\lambda=0.0032+0.221・Re^{-0.237}$ …式 (3)

λ ：管摩擦係数[無次元数]
Re：レイノルズ数[無次元数]

③ 管摩擦係数[無次元数]から、摩擦損失揚程（＝h2）を算出。

（計算式）

$h2=\lambda・L2/d・v^2/2/g$（甲 13-2　7 頁　式 2・27）

…式 (4)

h2：出湯管で発生する摩擦損失揚程[m]
λ ：管摩擦係数[無次元数]
L2：出湯管長さ[m]
d ：出湯管内径[m]
v ：出湯管内部流速[m/s]
g ：重力加速度[m/s^2]

（3）必要圧送圧力（＝H）

$H=(h1+h2)・\rho$ …式 (5)

ρ ：アルミニウムの比重（@800℃）=2,500[kg/ m^3]（甲 13-3）

4. 結果

計算結果について、本紙末に添付する。

出湯時間が 57 秒および 37 秒の時（計算結果 1）は、「出湯管内径」が大きいほど、「必要圧送圧力」が小さいことがわかった。

次に、出湯時間を長くする（＝出湯管内部流速を遅くする）と、各「出湯管内径」における「必要圧送圧力」の差が小さくなる。さらに出湯時間を長くすると、前述した「「出湯管内径」が大きいほど、「必要圧送圧力」が小さい」という関係が逆転する「逆転現

象」が生じる。さらに、この「逆転」が進む途中段階において、φ100、φ50、φ65、φ85 の順で「必要圧送圧力」が小さくなるといった、出湯管内径の順に必要圧送圧力が大きく、または小さくならない「極値を持つ状態」が生じることがわかった。

（計算結果 2、3）

イ号取鍋の寸法などをベースにした計算では、

出湯時間が

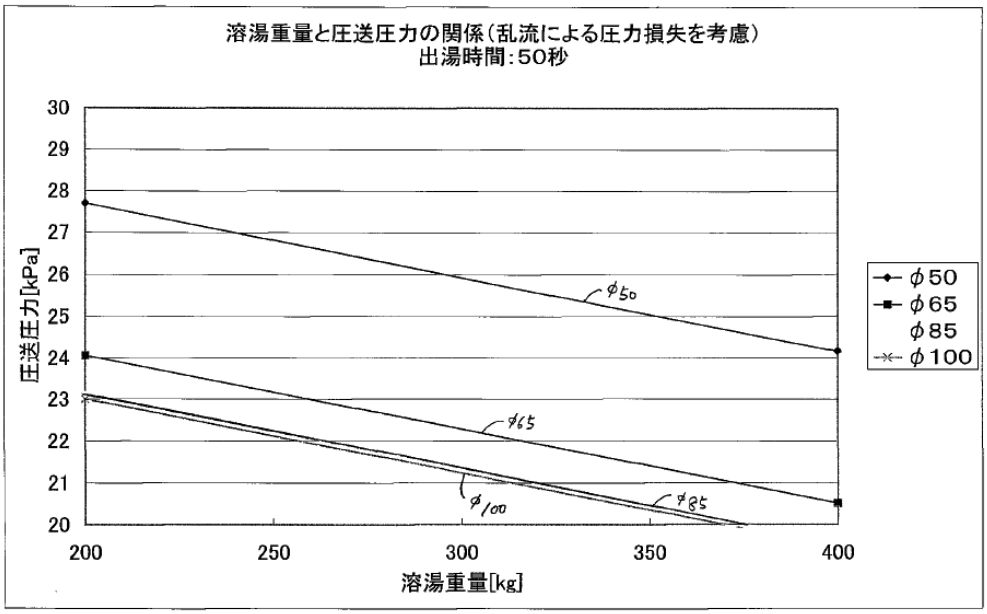
80 秒以下　　出湯管内径が大きいほど、必要圧送圧力が小さい状態

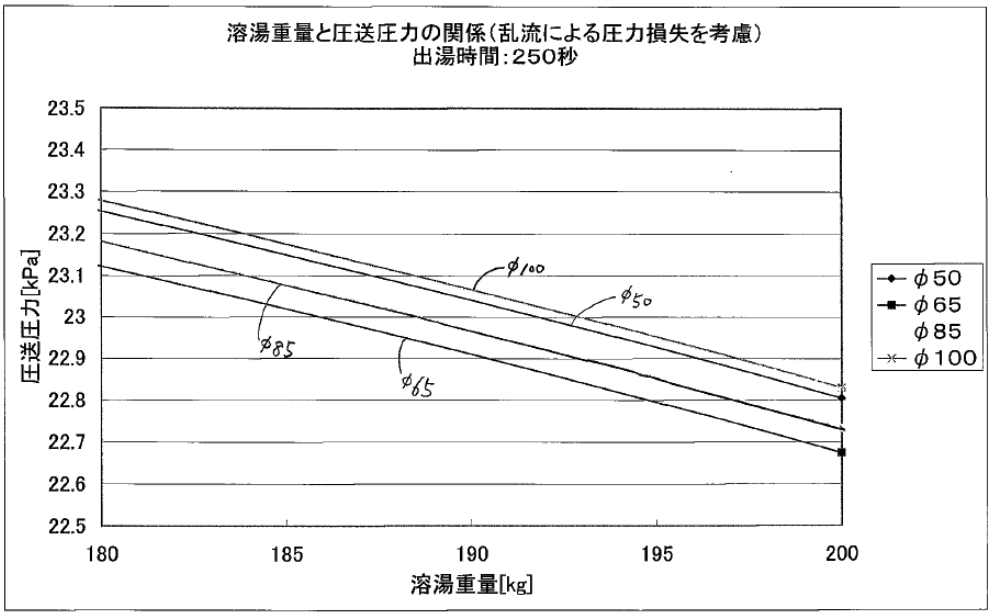
80 秒～460 秒　「極値を持つ状態」

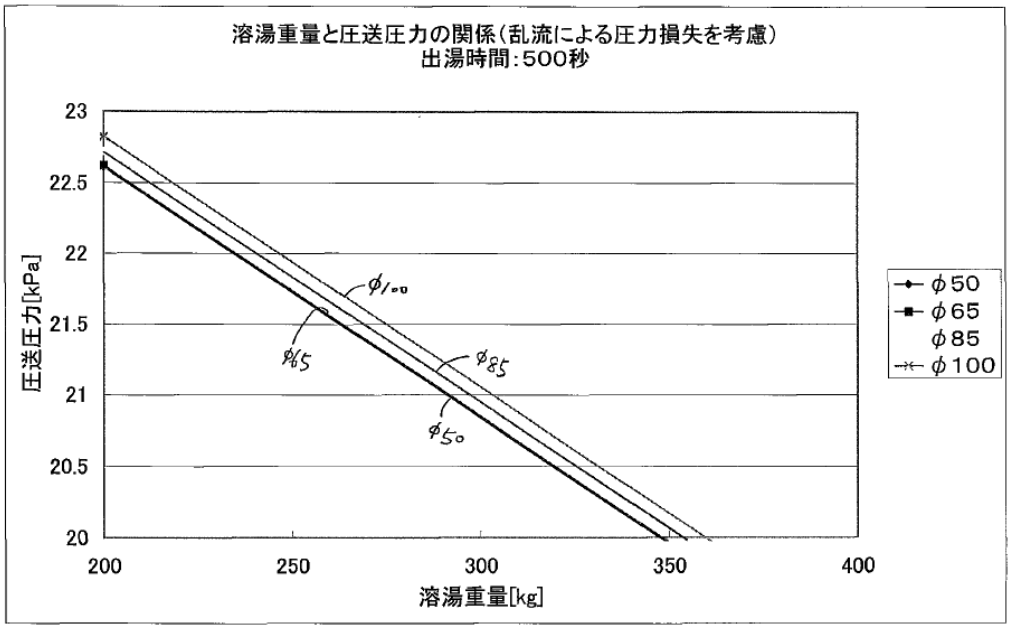
460 秒以上　　「逆転状態」

となることがわかった。つまり、「極値を持つ状態」を決めるパラメータとして、出湯時間が不可欠である。換言すれば、出湯管内部流速 v が不可欠である。

なお、出湯時間が 50 秒、250 秒、および 500 秒における各出湯管内径での必要圧送圧力のグラフを例示する。







5.「逆転現象」が発生する理由

前述したように、「必要圧送圧力(=H)」は、「出湯口の高さまで、湯を押し上げるために必要な圧力（＝h1)」と、「出湯管で発生する圧力損失（＝h2)」との和である。

h1 を d の関数とし、簡略化して表すと

$h1 = C1 + C2 \cdot d^2$　：C1,C2 は定数　　…式（6）

とすることができる。この関数は、計算結果 1 などから、図 1 のように出湯管内径の増

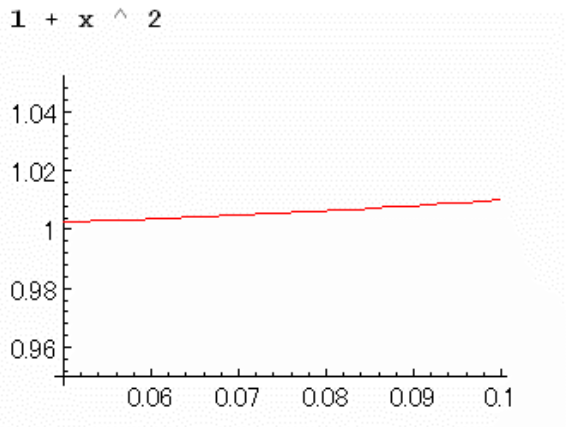


図 1

加に連れて、微増する傾向にある。「微増」する理由は、d に比べて C1 が十分に大きいこと、および C2 が十分に小さいことが考えられる。

（なお、図 1 は定性的な傾向を見るためのものであり、各座標の数値に具体的な意味はない。）

一方、h2 を d の関数とし、簡略化して表すと、

$h2 = C3 + C4 \cdot d^{-4.763}$　：C3,C4 は定数　　…式（7）

とすることができる。この関数は、計算結果 1 などから、図 2 のように、出湯管内径の増加に連れて、急減少する傾向にある。

（なお、図 2 は定性的な傾向を見るためのものであり、各座標の数値に具体的な意味はない。）

また、計算結果 1 などから、h1 の値は、h2 に比べて十分に大きいことがわかる。

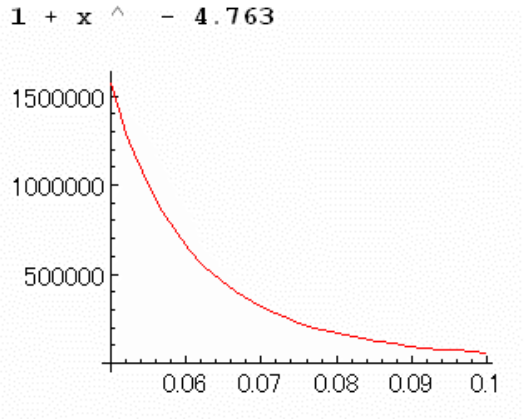


図 2

次に、出湯時間を長くしていった場合の変化について考える。出湯時間を長くすると、出湯管内部流速が遅くなる。h1 は、出湯管内部流速が関係しない値であるため、変化しない。しかし、h2 は、分子に v が 2 乗で掛かっており、さらにλにも v が分子に掛かっている。したがって、h2 は、急に小さくなる傾向にある。

すると、出湯時間が短いときには、h2 の値が大きいため、例えば、

h1 における、

φ100 の揚程 X_1[m]と、φ50 の揚程 Y_1[m]との差 Z_1 と（なお、$X_1 > Y_1$）、

h2 における、

φ100 の揚程 X_2[m]と、φ50 の揚程 Y_2[m]との差 Z_2（なお、$X_2 < Y_2$）

との関係が、$Z_1 < Z_2$ であるために、H の値はφ100 の方が小さかった。

しかし、有る程度まで出湯時間が長くなると、出湯管内径が小さいほど h2 の値が大きく減少する傾向にあるため、上記 Z_1 と Z_2 との関係が逆転し $Z_1 > Z_2$ となる。すると、H の値はφ100 の方が大きいという現象が生じる。

このような理由により逆転現象が生じると考えられる。

6.「極値を持つ状態」が発生する理由

h1、および h2 は、式（6）および（7）から、d に対して線形なグラフにはならない。そのため、各パラメータ条件によって C_1 など定数が変化し、h1＋h2 の値（つまり、$H=x^2+x^{-4.763}$）に極値が生じる可能性がある。

試しに、x^2 の項に 150,000,000 を掛けてグラフを描くと図 3 のように極値を有する状態となる。

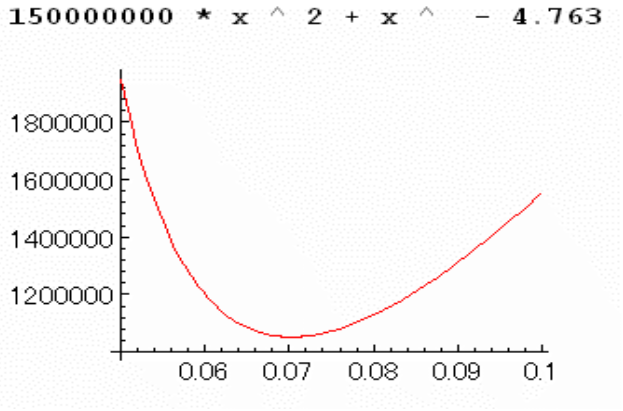


図 3

（なお、図 3 は定性的な傾向を見るためのものであり、各座標の数値に具体的な意味はない。）

このように、式（6）および（7）における定数に何らかの条件が整った場合に、「極値を持つ状態」が発生するものと考えられる。

7. 他のパラメータに対する、「極値を持つ状態」が出現する「出湯時間」の範囲についての傾向

4. で記したように、「極値を持つ状態」を決めるパラメータとして、出湯管内部流速 v が不可欠である。さらに、他のパラメータの 1 つを変えた場合に、「極値を持つ状態」が出現する「出湯時間」の範囲がどのように変わるかを調べて、「極値を持つ状態」を決めるパラメータの存在を確認する。

（結論）

取鍋本体平均内径 D を変えた結果

	イ号寸法				
D L1 L2	0.84 m 1.06 m 1.12 m	1.5 m ← ←	2.0 m ← ←	2.5 m ← ←	3.0 m ← ←
極値を持つ出湯時間	80～460 sec.	140～860 sec.	190～1200 sec.	240～1460 sec.	300～1800 sec.

取鍋底面から出湯口までの高さ L1 を変えた結果

	イ号寸法				
D L1 L2	0.84 m 1.06 m 1.12 m	← 1.1 m ←	← 2.0 m ←	← 5 m ←	← 10 m ←
極値を持つ出湯時間	80～460 sec.	←	←	←	←

出湯管長さ L2 を変えた結果

	イ号寸法				
D L1 L2	0.84 m 1.06 m 1.12 m	← ← 2.0 m	← ← 3.0 m	← ← 5.0 m	← ← 10 m
極値を持つ出湯時間	80～460 sec.	←	←	←	←

取鍋本体平均内径 D を大きくすると、「極値を持つ状態」が出現する「出湯時間」の範囲が大きくなる、つまり取鍋が大きくなると、出湯管内流速を遅くしなければ、「極値を持つ状態」は発生しない。したがって、取鍋本体平均内径 D も、「極値を持つ状態」を決めるパラメータの 1 つである。

しかし、取鍋底面から出湯口までの高さ L1、および出湯管長さ L2 を変えても「極値を持つ状態」が出現する「出湯時間」の範囲は変化しなかった。したがって、取鍋底面から出湯口までの高さ L1、および出湯管長さ L2 は、「極値を持つ状態」を決めるパラメータとはならない。

なお、この結論は、あくまで「極値を持つ状態」の発生に影響を与えるか否か、つまり一定条件下における、各管内径間の相対的な「必要圧送圧力」の差についてのものである。絶対値としての「必要圧送圧力」を決めるためには、L1 および L2 も当然に必要となる。

（検討）

（1）取鍋底面から出湯口までの高さ L1 が、「極値を持つ状態」の発生範囲に影響を与えない理由。

L1 は、式（1）にのみ用いられる変数である。「極値を持つ状態」は、ある出湯管内径 d_1 に係る必要圧送圧力 H_1 と、出湯管内径 d_2 に係る必要圧送圧力 H_2 との差がゼロになる時に始まり、また終了する。ここで、式（1）における d に、d_1 を代入した結果である $h1_1$ と、d_2 を代入した結果である $h1_2$ との差を考えると、L1 は、独立項であるた

めに相殺されてしまい、当該差を示す式に L1 は関与しなくなる。

$h1_1-h1_2=L2\cdot d_1^2/D^2- L2\cdot d_2^2/D^2$ ←L1 がない

したがって、L1 は、「極値を持つ状態」の発生範囲に影響を与えない。

（2）出湯管長さ L2 が、「極値を持つ状態」の発生範囲に影響を与えない理由。

同様に L2 について考える。ある出湯管内径 d_1 に係る必要圧送圧力 H_1 と、出湯管内径 d_2 に係る必要圧送圧力 H_2 との差を式にすると以下のようになる。

$(h1_1+h2_1)-(h1_2+h2_2)=0$

同一の変数を相殺し、整理した式を簡略化すると以下の式になる。

$L2\cdot\{(d_1^2-d_2^2)/D^2+(\lambda v_1^2/d_1-\lambda v_2^2/d_2)/2g\}=0$

（d_1 と d_2 との関係式）

当該式は、d_1 と d_2 との関係が一定の場合にのみ成立する、つまり「極値を持つ状態」が発生することを意味しており、L2 の大小には影響されないことがわかる。

したがって、L1 は、「極値を持つ状態」の発生範囲に影響を与えない。

8. まとめ

以上より、「極値を持つ状態」を決定するためには、少なくとも

・出湯管内径寸法[m]
・出湯管内部流速[m/s]または出湯時間[m^3/s]
・取鍋本体平均内径[m]

が必要不可欠である。

（レイノルズ数計算）

物性データ

アルミニウムの動粘度（@800℃）　0.002［cm^2/s］（甲 13-3）

アルミニウムの比重（@800℃）　　2.5［g/m^3］（甲 13-3）

出湯時間　57 秒と 37 秒の 2 通りについて検討

出湯管内径　65mm と 85mm の 2 通りについて計算

溶湯の排出量　980［kg］　÷　2500［kg/m^3］　＝　0.392［m^3］

取鍋から流出する 1 秒当たりの出湯量

57 秒の場合　0.392［m^3］　÷　57［sec］　＝　0.006877[m^3/s]

37 秒の場合　0.392［m^3］　÷　37［sec］　＝　0.010595[m^3/s]

管内平均速度［m/s］＝

1 秒当たりの出湯量　÷　（配管内径÷2）$^2\pi$

	出湯管内径［m］	
出湯時間［sec］	0.065	0.085
57	2.07	1.21
37	3.19	1.87

レイノルズ数

Re=出湯管内径　×　管内平均速度　÷　動粘度

	配管内径［m］	
出湯時間［sec］	0.065	0.085
57	673904	515339
37	1038177	793900

以上